

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СУПЕРКОНДЕНСАТОРІВ. ЧАСТИНА I: КОРОТКИЙ АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД

**Ніконенко Є. О., студ., Пушніцин Д. С., асп., Пересада С. М., д.т.н., проф.**  
*КПІ ім. Ігоря Сікорського, кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу*

**Вступ.** За останні роки було розроблено значну кількість електромеханічних систем для застосування в ЕТЗ. Основним джерелом енергії електричного транспортного засобу (ЕТЗ) є акумуляторні батареї (АКБ) через їх велику накопичувальну здатність. Проте їхнє використання без додаткових засобів в ЕТЗ призводить до прискореного старіння та виходу з ладу через чутливість до швидкозмінного навантаження, що є типовим для цього роду використань [1], [2].

Одним з шляхів вирішення цієї проблеми є застосування гібридних джерел живлення, які містять АКБ в якості основного джерела енергії, а також блок суперконденсаторів (СК) у якості швидкодіючого буферного накопичувача енергії. В таких системах АКБ працює в ustalених режимах руху зі струмами, які не перевищують рекомендованих значень, в той час як СК переважно в перехідних режимах для швидкого накопичення енергії рекуперації від приводного двигуна та її швидкої віддачі при прискореннях ЕТЗ. Застосування швидкодіючого накопичувача на основі СК дозволяє уникнути пікових навантажень АКБ завдяки чому підвищується термін їх експлуатації, а також ефективність використання енергії рекуперації, що збільшує дистанцію пробігу ЕТЗ [1], [2].

Незважаючи на перші обнадійливі результати розробки перспективних ГДЖ для ЕТЗ, теорія керування процесами енергообміну в електромеханічних системах з ГДЖ знаходиться на стадії становлення. Це обумовлено як складністю задачі, так і обмеженими можливостями аналітичних методів дослідження. В той же час, верифікація теоретичних результатів в умовах реального транспортного засобу вимагає значних капіталовкладень і не є ефективною на початкових стадіях розробки.

В літературі представлена велика кількість математичних моделей СК, а також аналітичних оглядів щодо їх порівняння, проте загальні рекомендації по їх використанню для конкретного застосування ще тільки формуються.

Метою даної роботи є короткий огляд основних типів моделей СК та вибір доцільної моделі за умови використання в ЕТЗ.

Автори [1] навели аналітичний огляд існуючих математичних моделей СК, які класифіковані на чотири групи: 1) електрохімічні, 2) еквівалентні моделі (за схемою заміщення), 3) інтелектуальні моделі, 4) моделі дробового порядку (фрактальні). Таку класифікацію представлено в табл. 1.

В дослідженнях показано, що електрохімічні та моделі дробового порядку використовуються у випадках, де вимагається висока точність обчислень [1] – [4], [7] – [9]. В той самий час, інтелектуальні моделі не дають можливість

дослідити характер нелінійностей, а також вони чутливі до якості тренеруючих даних [5], [6], [10].

Таблиця 1 – Переваги та недоліки різних типів моделей СК [1]

Тип моделей	Переваги	Недоліки
Електрохімічні [2], [3], [4]	Точний опис внутрішніх процесів	Значний рівень обчислень; невизначеність багатьох параметрів
Еквівалентні (за схемою заміщення)	Помірна точність, відносно просте застосування та ідентифікація параметрів	Чутливість до процесу старіння
Інтелектуальні [5], [6]	Відображення складних нелінійних зв'язків без детального опису механізму зв'язку	Чутливість до варіацій та до якості тренеруючих даних
Дробового порядку [7] – [9]	Найбільш точне збігання з експериментальними даними	Високий рівень обчислень

Розглянемо більш детально *еквівалентні моделі*, адже для ЕТЗ не вимагається висока точність моделювання [1], [2], [7], [10], [11]. Вони відрізняються відносною простотою формування та застосування. Серед таких моделей виділяють наступні класи: класична модель, модифіковані варіації класичної моделі, динамічні моделі та моделі з розподіленими параметрами.

Послідовність розвитку еквівалентних моделей показано на рис. 1 [12].

Один конденсатор не може промодельовати СК, так як значенням еквівалентного послідовного опору  $R_s$  не можна знехтувати. Послідовна RC-гілка, яка показана на рис. 1б, визнана основною *класичною еквівалентною моделлю* [1], [13] – [15]. Для застосувань, де спостерігаються довгострокове збереження енергії СК, треба враховувати явище саморозряду. Це якнайменше потребує додаткового паралельного резистору –  $R_p$  [1], [7], [11], [16] – [20].

Емпіричне тестування в [1] показало, що параметр  $R_s$  змінюється несуттєво в залежності від вихідної напруги, проте значно залежить від температури. Параметр  $R_p$  визначає втрати на струм витоку СК при саморозряді та впливає на довгострокове зберігання енергії. При з'єднанні багатьох елементів СК послідовно  $R_p$  також впливає на розподіл напруг між елементами. В такому випадку рекомендується задіяти пасивне або активне балансування для усереднення розподілу напруги між послідовними СК [20].

Останні дві моделі на рис. 1, згідно класифікації [12], рекомендується застосовувати при роботі СК на частотах вище 1 кГц [10], [15]. Проте автори [9] емпірично доказали, що додана індуктивність є зайвою та суттєво не збільшує точність моделювання. Натомість в [9] запропоновано новий підхід, що базується на застосуванні фрактальної моделі [1], [7], [8], [14].

Серед модифікацій класичної моделі, що зображена на рис. 1б, можна виділити наступні.

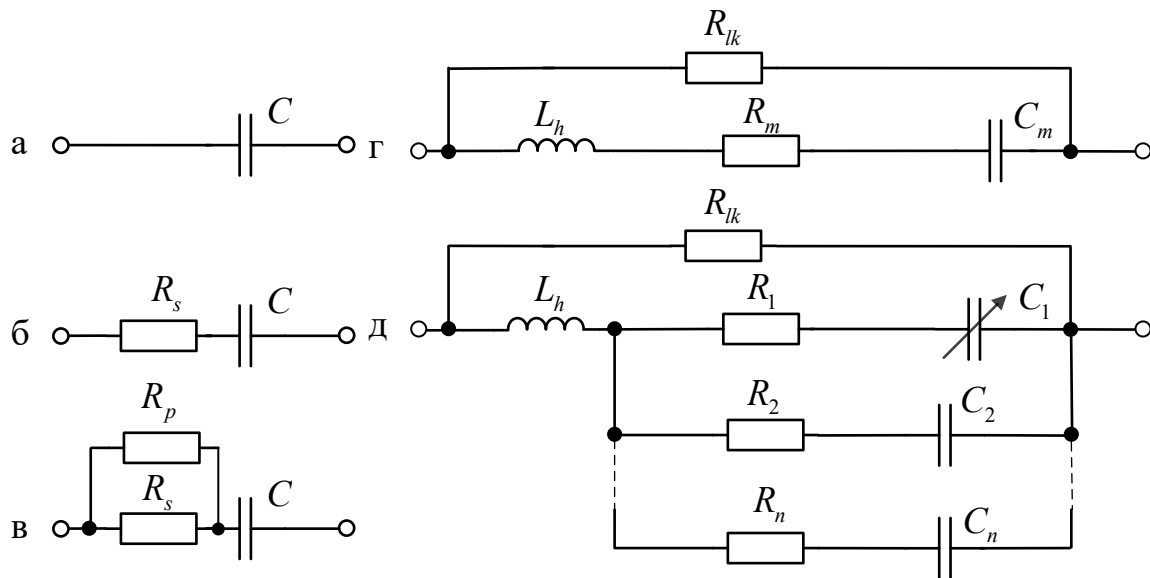


Рисунок 1 – Моделі СК: а – ідеальний конденсатор, б – послідовна RC-гілка, в – модель В з додатковим резистором витoku (втрат), г – модель С з високо-частотною індуктивністю, д – модель D з n-RC-гілками та нелінійною ємністю

1. *Моделі зі змінною ємністю*, що мають ту ж структуру, що і класична модель, проте ємність лінійно залежить від напруги СК  $u_{sc}$ :

$$C_0 = C + C_1 u_{sc}, \quad (1)$$

де  $C$  – номінальна ємність,  $C_1$  – змінна ємність залежна від напруги.

Такі моделі зазвичай застосовуються у випадках довгострокового збереження енергії, підвищуючи точність розрахунку [10], [11], [20].

Важливо відмітити, що хоча СК мають високу допустиму кількість циклів заряду-розряду, вони мають ряд параметрів, які впливають на їхній термін роботи. Це стосується збільшених значень напруги та температури. Час корисної роботи зменшується удвічі за кожні 100 мВ або 10  $^{\circ}\text{C}$ , що перевищують номінальні значення [20].

2. *Паралельні схеми*. Для більш детального опису СК, в літературі запропоновано модель з трьома гілками [1], [8], [11], [15], [20], яку зображено на рис. 2. Вона має наступні властивості:

- структура моделі зв'язана з фізичною структурою СК;
- модель коректно описує роботу на частотах до декількох кГц;
- можливість визначити параметри моделі на основі знятих характеристики.

Перша гілка з елементами  $R_f$ ,  $C_{f0}$  та змінною ємністю функцією  $C_f(v_f)$ , залежною від напруги  $v_f$  враховує «миттєву» поведінку СК в межах декількох секунд на реакцію зміни заряду. Друга вітка з елементами  $R_m$  та  $C_m$  враховує «затримані ефекти» в межах хвилин. В той час як третя з елементами  $R_1$  та  $C_1$  – відповідає за «довгострокові» зміни за час більше 10 хвилин. Така модель для ідентифікації параметрів вимагає прецензійного вимірювання.

Схожа модель представлена в [5], [19], в якій всі елементи прийнято лінійними, вона показана на рис. 3.

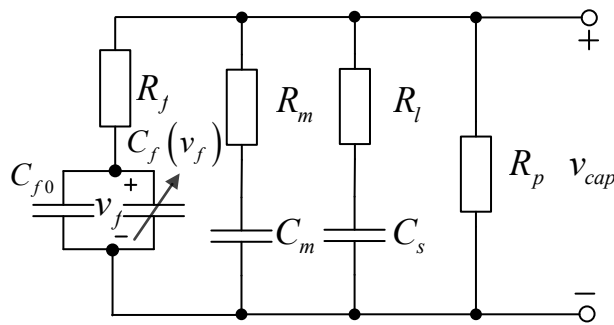


Рисунок 2 – Паралельна модель СК зі змінною ємністю

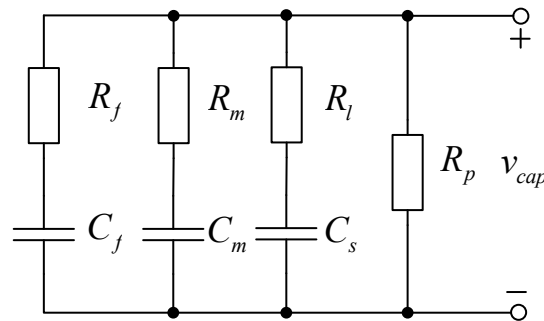


Рисунок 3 – Паралельна модель СК з лінійними елементами

3. *Моделі з розподіленими параметрами.* Такі моделі, загальна структура яких показана на рис. 4, розроблені авторами в [10], [11], [22] – [25]. Моделі з розподіленими параметрами наближені до фізичної структури СК, вони дозволяють аналізувати дуже швидкоплинні явища з точністю до мілісекунд. Проте вони не відображають точно показники саморозряду, і передбачають застосування складних методів ідентифікації параметрів, тому мають обмежене використання [1], [24], [25].

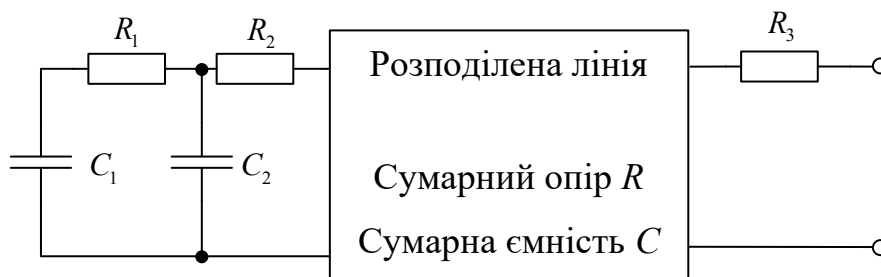


Рисунок 4 – Модель СК з розподіленими параметрами

4. *Динамічні моделі.* Автори в [7] доказують доцільність застосування моделі з трьома сталими часу, загальну структуру якої показано на рис. 5.

Такі моделі складаються з об'ємної ємності, послідовного опору та двох RC-гілок, що відображають розподіл ємності та заряду через інтерфейс подвійного шару СК. Динамічні моделі добре працюють в широкому діапазоні частот, але дуже чутливі до параметричних збурень [1], [2], [6], [9], [15], [19].

5. *Модель в середовищі MatLab.* В тулбоксі SymPowerSystems програмного середовища MatLab в підрозділі «Electric drives» – «Extra sources» існує модель СК, що створена на основі праць [3], [4]. Вона обмежена класичною RC-гілкою, проте зі змінною ємністю. Припущення, на яких вона

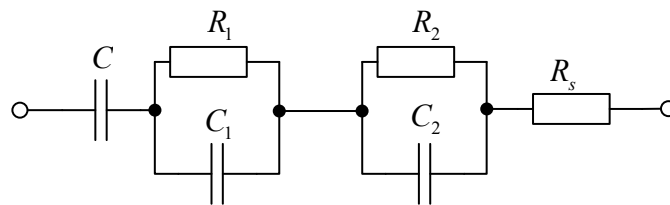


Рисунок 5 – Динамічна модель СК [7]

базується: внутрішній опір  $R_s$  є постійним; не розглядаються умови старіння; не береться до уваги вплив температури на електроліт; розподілення напруги однакове для всіх СК; струм через елементи розглядається як постійний безперервний; модель не розглядає балансування.

Варто зазначити, що в цій моделі ємність є змінною тільки при врахуванні хімічних властивостей СК, що є доволі складною задачею і вона не розглядається у випадку ЕТЗ. Тому таку модель можливо використовувати для застосувань, що не мають довгострокового збереження енергії.

З проведених аналітичних оглядів [1], [2], [15] слідує, що найбільш складна модель з розподіленими параметрами має найнижчу достовірність; класична модель посідає друге місце; динамічна модель є найкращим компромісом між точністю і складністю моделі. В [2] показано, що модель з розподіленими параметрами за однакової кількості параметрів поступається точності у порівнянні з динамічною моделлю. Також експериментально доведено, що *класична модель* з достатньою точністю для ЕТЗ (в межах 0.1 – 0.2 В для одного елемента з номінальною напругою 2.7 В) описує процеси заряду-розряду.

**Висновки.** З огляду літературних джерел можна зробити висновок, що більш точними є динамічні моделі. Проте параметри їхнього налаштування важко визначити, та вони дуже чутливі до збурень.

В той же час, класична модель з додатковим паралельним опором має достатню точність для застосувань в ЕТЗ. Така модель поєднує легкість розрахунку параметрів, порівняно з іншими типами моделей. Для застосування в ЕТЗ з ГДЖ може бути рекомендовано застосовувати саме таку модель.

#### Перелік посилань

1. L. Zhang, X. Hu, Z. Wang, F. Sun, D. G. Dorrell, A review of supercapacitor modeling, estimation, and applications: A control/management perspective, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 81, p. 2, 2018, pp. 1868–1878.
2. Grbovic, Petar J. *Ultra-Capacitors in Power Conversion Systems: Applications, Analysis, and Design from Theory to Practice*. John Wiley & Sons, 2013.
3. Keith B. Oldham, A Gouy–Chapman–Stern model of the double layer at a (metal)/(ionic liquid) interface, *Journal of Electroanalytical Chemistry*, Vol. 613, Iss. 2, 2008, pp. 131–138.
4. Ning Xu, Jason Riley, Nonlinear analysis of a classical system: The double-layer capacitor, *Electrochemistry Communications*, Volume 13, Issue 10, 2011, Pages 1077–1081.
5. B. Hredzak, V. G. Agelidis and M. Jang, «A Model Predictive Control System for a Hybrid Battery-Ultracapacitor Power Source», in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 3, pp. 1469–1479, March 2014.

6. C.H. Wu, Y.H. Hung, C.W. Hong, On-line supercapacitor dynamic models for energy conversion and management, *Energy Conversion and Management*, Vol. 53, Iss. 1, 2012, pp. 337–345.
7. Zhang, Lei. Modelling and state-of-charge estimation for ultracapacitors in electric vehicles. Diss. 2016.
8. N. Bertrand, J. Sabatier, O. Briat and J. Vinassa, «Embedded Fractional Nonlinear Supercapacitor Model and Its Parametric Estimation Method», in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 12, pp. 3991–4000, Dec. 2010.
9. V.V. Uchaikin, R.T. Sibatov, S.A. Ambrozevich, Comment on “Review of characterization methods for supercapacitor modelling”, *Journal of Power Sources*, Vol. 307, 2016, pp. 112–113.
10. Cultura II, A. B., and Z. M. Salameh. «Modeling, evaluation and simulation of a supercapacitor module for energy storage application», *cell* 1.1 (2015): 1.
11. X. Chang, D. Lei, S. Zhang, S. Li and Y. Yang, «Novel supercapacitor model parameter identification methods», *2017 2nd International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE)*, Chengdu, 2017, pp. 81–86.
12. E. E. T. Čihak and E. E. Ž. Jakopović, «Supercapacitors in power converter DC link: A short overview of design and application issues», *2011 Proceedings of the 34th International Convention MIPRO*, Opatija, 2011, pp. 130–135.
13. G. Lino, and A. Sciarretta. Vehicle propulsion systems. 3<sup>rd</sup> edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
14. Cheng, L., Acuna, P., Aguilera, R. P., Jiang, J., Flether, J., & Baier, C. (2017, April). Model predictive control for Energy Management of a hybrid energy storage system in Light Rail Vehicles. In *Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG), 2017 11th IEEE International Conference on* (pp. 683–688). IEEE.
15. N. Devillers, S. Jemei, M. Péra, D. Bienaimé, F. Gustin, Review of characterization methods for supercapacitor modelling, *Journal of Power Sources*, Vol. 246, 2014, pp. 596–608.
16. Li J, Han Y, Zhou S. *Advances in Battery Manufacturing, Services, and Management Systems*. Hoboken: John Wiley-IEEE Press, 2016.
17. Ehsani, M., Gao, Y., Longo, S., & Ebrahimi, K. (2018). *Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles*. CRC press.
18. H. Wang, Q. Wang, B. Hu and Q. Feng, «The novel hybrid energy storing unit design for hybrid excavator by the effective integration of ultracapacitor and battery», *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Wollongong, NSW, 2013, pp. 1585–1590.
19. He, H.W, R. Xiong, and Y.-H. Chang. «Dynamic modeling and simulation on a hybrid power system for electric vehicle applications», *Energies* 3.11 (2010): 1821–1830.
20. F. Ciccarelli, «Energy management and control strategies for the use of supercapacitors storage technologies in urban railway traction systems», UNIVERSITY OF NAPLES “FEDERICO II”, Naples, 2014.
21. M. Hadartz, M. Julander, *Battery-Supercapacitor Energy Storage*, pp. 29–39, 2008.
22. V. Musolino, L. Piegari and E. Tironi, «New Full-Frequency-Range Supercapacitor Model With Easy Identification Procedure», in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 1, pp. 112–120, Jan. 2013.
23. M. P. Kazmierkowski, «Handbook of Automotive Power Electronics and Motor Drives (Emadi, A.; 2006) [Book News]», in *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 2, no. 2, pp. 46–47, June 2008.
24. J. Miller, P. J. McCleer, and M. Cohen, «Energy Buffers», Maxwell Technologies White Paper, 2004.
25. Schaltz, Erik. Design of a fuel cell hybrid electric vehicle drive system. Department of Energy Technology, Aalborg University, 2010.